Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica)

27–01–07 A.A. 2006/2007 (soluzioni)

1 • Sia data la seguente funzione $f(x,y) = x^2y^2 - \frac{2}{3}x^3 - y^2$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

R1 La funzione ha almeno due punti critici e sono un minimo ed una sella R2 La funzione ha almeno due punti critici e sono due massimi R3 La funzione ha almeno due punti critici e sono due minimi R4 La funzione ha almeno due punti critici e sono un massimo ed un minimo R5 La funzione ha almeno due punti critici e sono un massimo ed una sella R6* La funzione ha almeno due punti critici e sono due selle R7 nessuna delle altre

2 • Sul retro del foglio si svolgano i calcoli per mostrare che tipo di punto critico è l'origine per la precedente funzione

3 • Si calcoli il volume della porzione di spazio (detta V) compresa fra i due coni $z = 1 - \sqrt{2x^2+y^2}$ e $z = -2 + \sqrt{8x^2+4y^2}$

R1 $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ R2 $3\sqrt{3}\pi$ R3 $2\sqrt{2}\pi$ R4 $\frac{3}{\sqrt{6}}\pi$ R5* $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ R6 $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$ R7 nessuna delle altre

4 • Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = \dfrac{x^2}{2}\underline{i} + y\underline{j}$ attraverso la superficie, detta S, che costituisce il bordo di V

R1 $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ R2 $\pi\frac{\sqrt{2}}{6}$ R3 $\frac{\pi}{6}$ R4* $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ R5 π R6 $\frac{\pi}{3}$ R7 nessuna delle altre

5 • Si valuti $\int_\gamma \omega$ dove $\omega = (3\sqrt{x^2+y^2} + x + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2})dx + (y + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2})dy$ lungo la curva γ il cui sostegno è dato dalla equazione $x^2+y^2 = 2y$, percorsa una volta in senso antiorario. Si consiglia di scrivere la curva in coordinate polari centrate nell'origine

R1 8 R2 $-\frac{2}{9}$ R3* -8 R4 $\frac{3}{32}$ R5 π R6 $\frac{\pi}{6}$ R7 nessuna delle altre

6 • Si calcoli l'area della porzione di superficie conica $z = \sqrt{x^2+y^2}$ contenuta all'interno della superficie sferica $x^2+y^2+z^2 = 8$

R1 2π R2* $4\pi\sqrt{2}$ R3 $\frac{\pi}{4}$ R4 $\frac{\pi}{8}$ R5 $8\sqrt{2}\pi$ R6 $\frac{\pi}{6}$ R7 nessuna delle altre

7 • Si calcoli l'integrale della funzione $f(x,y) = x$ esteso all'insieme definito da $x^2+y^2 \le 2y$

R1* π R2 2π R3 $-\pi$ R4 -2π R5 0 R6 $\frac{\pi}{2}$ R7 nessuna delle altre

8 • Usando il teorema delle funzioni implicite si trovi il piano tangente $z = ax+by+c$ alla funzione definita implicitamente dalla relazione $\sin^2(2x+\sin x) + \sin(3y^2+\sin^2 y) + \sin(z+\sin z) = 0$ nel punto $(0,0,0)$

R1 $2z+3x+4y = 0$ R2 $z+x+y = 0$ R3 $z-x+y =$ R4 $2z+2x-3y = 0$ R5* $z = 0$ R6 $3z+2x-2y = 0$ R7 nessuna delle altre

9 • Si calcoli l'integrale doppio della funzione $f(x,y) = 2|x-1|$ esteso all'insieme limitato S esterno al rombo di centro l'origine e diagonali pari a 4 ed interno ai grafici delle due funzioni $y = \pm(2 - \frac{1}{2}x^2)$. Inoltre deve essere $x \ge 0$,

R1 8 R2 12 R3 18 R4 4 R5 2 R6* 1 R7 nessuna delle altre

10 • Sul retro del foglio si calcoli il polinomio di Taylor di grado 10 della funzione e^{xy^2} centrato in $(x,y) = (0,0)$ (Suggerimento: non è consigliabile fare derivate)

11 • Si dica quanto vale $4f_x(1,1) + f_y(1,1)$ dove $f(x,y) = 2\dfrac{x^{xy+\ln x}}{x^2+y^2}$

25/gennaio/2007: esclusivamente per uso personale, è vietata ogni forma di commercializzazione

R1 0 R2 -4 R3 3 R4 4 R5* -1 R6 2 R7 nessuna delle altre